

Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht

Teil I: Überstrapazierter Begriff oder echte Chance?

Immer wieder geschieht es, dass Begriffe, die bisher ein Nischendasein geführt haben, die pädagogische Landschaft betreten und dann über die Zeit immer ausgiebiger verwendet werden, bis man ihrer schon überdrüssig wird. Das geschieht zurzeit mit dem Begriff der »Kompetenz«. Dabei steckt im Kompetenzbegriff – insbesondere mit Bezug auf das Fach Mathematik – ein sehr produktiver Keim.

Prof. Dr. Timo Leuders

Pädagogische Hochschule Freiburg

Phänomene, wie die Inflation des Kompetenzbegriffes haben etwas Ambivalentes. Einerseits führt ein oberflächlicher und unreflektierter Gebrauch des Begriffs zur Abnutzung, andererseits zeigt die Verwendung ja an, dass der Begriff ein zentrales und tief liegendes Bedürfnis erfüllt, und dass er einem Wunsch, einer Sichtweise Ausdruck verleiht, der akute Bedeutung beikommt.

Und so verhält es sich auch beim Kompetenzbegriff: Er ist Ausdruck der Tatsache, dass wir unzufrieden sind mit den Ergebnissen unseres Bildungssystems – und das eben nicht nur gemessen in PISA-Punkten, sondern schon aufgrund des tagtäglichen Erlebens. Wie viel von dem, was wir wollen, kommt tatsächlich bei unseren Schülerinnen und Schülern an? Was sollen sie in welchen Situationen nachhaltig wissen und können? Dieser Blick auf die Ziele und Resultate schulischen Lernens lässt sich durch den Begriff der »Kompetenz« gut umreißen.

Kompetenzen als Zielperspektive des Mathematikunterrichts

Zu den Vorzügen der Kompetenzperspektive sind wohl die folgenden zu rechnen – dabei sind die Risiken immer mitzudenken.

Kompetenz als umfassender Fähigkeitsbegriff

Kompetenzen umfassen Wissen und Können, aber eben auch die Fähigkeit und die Bereitschaft, diese flexibel und erfolgreich einzusetzen. Insoweit hat der Kompetenzbegriff viel mit allgemeiner Problemlösefähigkeit zu tun (vgl. Weirner 2001). Kompetenzen bestehen also

aus unterschiedlichen Facetten, um die sich die Didaktik schon lange bemüht hat (Winter 1975). Der Kompetenzbegriff bündelt sie heutzutage nur neu:

- Kenntnisse und Fertigkeiten, die sich daran zeigen, dass Schülerinnen und Schüler mathematisches Wissen abrufen können oder mathematische Verfahren sicher ausführen.
- Fähigkeiten, die darüber hinausgehen und sich dadurch auszeichnen, dass Wissen und Kenntnisse in wechselnden Situationen flexibel angewendet werden können.
- Haltungen und Einstellungen, wie z. B. Problemlösebereitschaft oder eine kritische Haltung gegenüber Lösungen und Argumenten, die die Voraussetzung für die Anwendung von Fähigkeiten bedeuten.

Kompetenz als Maßstab für erfolgreichen Unterricht

Mit dem Kompetenzbegriff ist auch eine deutliche Perspektiveinnahme verbunden – auch diese ist nicht neu: Wie gut Unterricht ist, entscheidet sich letztlich daran, was Schülerinnen und Schüler können. Die kann man auf zwei Ebenen betrachten:

Auf der Ebene des Bildungssystems bedeutet dies, dass die Politik daran interessiert ist, die Schülerleistungen zu erfassen und zur Grundlage der Entwicklung des Schulsystems zu machen – in der Hoffnung, dass es hier zu erkennbaren Steigerungen kommt. Die pädagogische Psychologie und die Bildungsforschung sind hier angetreten, um dieses Ziel massiv durch empirische Leistungsmessung zu unterstützen – und dabei auch methodische Grundlagenforschung zu betreiben (Klieme/Leutner 2006).

Auf der Ebene der einzelnen Lehrperson bedeutet dies, sich darauf einzulas-

sen, nicht nur die Klassen- oder Schulnorm als Bezug für die Ergebnisse des Unterrichts zu sehen, sondern sich auch auf objektive, zentrale Leistungsmessungen einzulassen – in Bundesländern mit zentralen Prüfungen keine neue Erfahrung.

Kompetenz als Schülerorientierung

Betracht man eine Mathematikaufgabe oder die darauf bezogenen Schülerhandlungen unter dem Aspekt, was hier alles gekonnt wird, so ist dies im Grunde eine Form der Kompetenzorientierung. In der Grundschule wurde der Begriff der Kompetenzorientierung daher auch verwendet, lange bevor Standards in der Diskussion auftauchten. Dort bedeutete Kompetenzorientierung das Gegenteil von Defizitorientierung, bei der man nur darauf achtete, was ein Schüler alles noch nicht beherrschte.

Erst ein solcher positiver Blick auf das Schülerkönnen erlaubt es, konstruktiv zu handeln und auf bestehende Fähigkeiten aufzubauen. Voraussetzung ist dabei allerdings nicht allein der »gute Wille«, sondern die diagnostische Fähigkeit, solche Kompetenzen auch zu erkennen.

Hier besteht für die Mathematiklehrerinnen und -lehrer ein großer Fortbildungsbedarf – und zwar nicht allein hinsichtlich der möglichen diagnostischen Verfahren, sondern zu den vielfältigen Aspekten, die fachliches Lernen ausmachen, wie Alltagsvorstellungen und Grundvorstellungen etwa im Bereich der Bruchrechnung oder der Algebra.

Aus Sicht des Bildungssystems

Die Kompetenzanforderungen des Bildungssystems werden in Form von (Bildungs-)Standards formuliert, die Kompetenzen werden in Form von zentralen Tests überprüft. Dabei haben sich in den letzten Jahren für den Mathematikunterricht sowohl Chancen als auch Risiken ergeben.



Kompetenzen in der Standardsetzung

Den wohl stärksten Schub hat das Fach Mathematik dadurch erhalten, dass nun nicht mehr allein der Inhaltskanon als Orientierung für die Gestaltung von Unterricht dient, sondern das, was das eigentliche mathematische Können ausmacht: Das Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, kurz: die so genannten allgemeinen oder prozessbezogenen Kompetenzen.

Diese Sicht verdanken wir vor allem Vorreitern, wie den amerikanischen Standards der NCTM (2000). Die verschiedenen Bundesländer sind in der Formulierung tragfähiger, verständlicher Standards hier verschieden weit gekommen. Zu den wohl noch größten Schwierigkeiten in der Kommunikation über Standards gehören wohl diese drei:

- Kompetenzen können in Standards bezogen sein auf mathematische Inhalte (»Raum und Form«) oder mathematische Prozesse (»Problemlösen«). Diese Trennung in den Standards ist jedoch eine gänzlich analytische. Kein Inhalt wird beherrscht, ohne dass eine zentrale mathematische Tätigkeit damit verbunden ist; keine allgemeine Kompetenz kann sich inhaltsfrei entfalten. Insofern erfordert die Bearbeitung jeder Aufgabe die Kombination von inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen. Auch werden mathematische Kompetenzen nicht etwa getrennt erworben:

Mathematisches Können entsteht nicht durch die Behandlung von Inhalten und der Addition von Problemlösetrainings. Allgemeine Kompetenzen werden gleichzeitig und eng verbunden mit dem inhaltlichen Lernen.

Diese Perspektive kann durch Kompetenzlisten in Vergessenheit geraten. Aussagekräftiger sind hier zweidimensionale Kompetenztabellen oder die schöne mathematische Metapher des Möbiusbandes (vgl. Abb. 1).

- Der Kompetenzbegriff umfasst verschiedene Aspekte; nicht jede mathematische Fähigkeit lässt sich als Kompetenz beschreiben. Oft wird die Frage aufgeworfen: Wo sind denn die Fertigkeiten und die schlichten Kenntnisse? Braucht es die nicht mehr? Ebenso gehören zur Kompetenz auch Bereitschaften und Haltungen. Mitunter findet man daher in den Kompetenzlisten viele sehr disparate Anforderun-

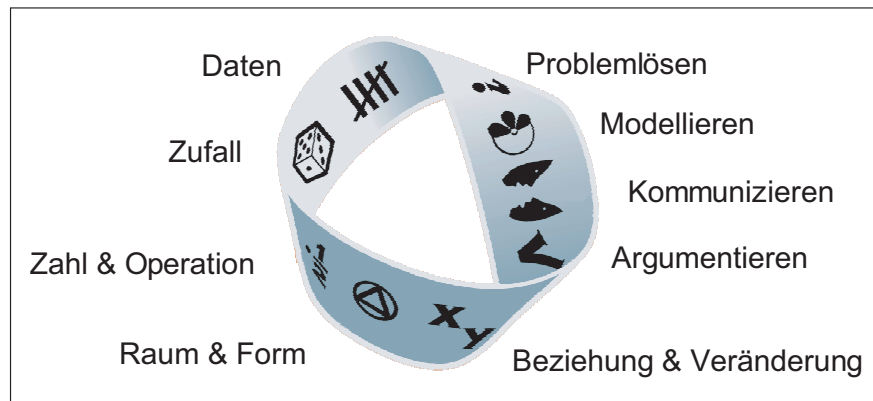


Abb. 1: Möbiusband

gen. Andere Standards formulieren daher immer wieder umständlich »Schülerinnen und Schüler können ... und sind dazu bereit«.

Es hat sich für das Verständnis von Standards als hilfreich erwiesen, wenn hier differenziert wird. Dazu kann man sich verständlicher und klassischer Kategorien wie »Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnisse, Einstellungen« bedienen – sie sind hoch kompatibel mit dem modernen Kompetenzbegriff. Die luxemburgischen Bildungsstandards für den Mathematikunterricht berücksichtigen dies (vgl. Abb. 2).

- Kompetenzaufbau geschieht langfristig, zieht sich im Einzelfall durch viele Jahrgangsstufen. Einzelne Kompetenzanforderungen lassen sich daher nicht auf eine bestimmte Lernepoche einengen. Dies aber geschieht oft, wenn Formulierungen in Standards dahingehend interpretiert werden, dass Schülerinnen und Schüler in einer ganz bestimmten Jahrgangsstufe eine bestimmte Kompetenz erwerben müssten.

Bei manchen inhaltlichen Kenntnissen (»Fläche eines Kreises berechnen«) lässt sich dies sicherlich genauer festlegen, nichts jedoch spricht dagegen, dass im Unterricht bereits viele Jahre vorher eine solche Kompetenz vorbereitet wird. Hilfreich beim Verständnis von Kompetenzen in Standards ist zudem, wenn man sich vergegenwärtigt, dass sie nur Anforderungsarten beschreiben, nicht aber ganz konkrete Anforderungshöhen.

Auch angesichts der Vorzüge einer differenzierten Sicht auf fachliche Fähigkeiten, die sich in den mathematischen Kompetenzen ausdrückt, sollte man den Blick nicht vor dem Problem verschließen, dass die differenzierte Beschreibung fachlicher Kompetenzen den Blick darauf verstellen

kann, dass der Mathematikunterricht (so wie jedes Fach) auch andere Kompetenzen fördern soll und ausdrücklich kann: nämlich personale und soziale Kompetenzen wie Selbstständigkeit – insbesondere bei der Gestaltung des eigenen Lernens, Kooperations- und Kommunikationsvermögen, Toleranz, gesellschaftliche Verantwortung und Mitwirkung, Fähigkeit zur Selbstverwirklichung, Gestaltungswille, Kreativität, Interesse, kritisches Urteilsvermögen. Dies sind Aspekte eines ganzheitlichen, an Bildung orientierten Verständnisses von Kompetenzen, die bei den Bemühungen um Setzung und Überprüfung von fachlichen Standards allzuleicht übersehen werden (vgl. Abb. 3).

Kompetenzen in der Standardüberprüfung

Zur »Output-Orientierung«, dem neuen Steuerparadigma, gehört, dass überprüft wird, inwieweit die beschriebenen Kompetenzanforderungen auch erreicht wurden. Erst in der Definition von objektivierenden, zentralen – von der einzelnen Lerngruppe unabhängigen – Leistungsüberprüfungen werden die Standards nach ihrer Anforderungshöhe soweit konkretisiert, dass eine Zielorientierung möglich ist (Büchter/Leuders 2005).

Standards allein bleiben erfahrungsgemäß so wirkungslos wie frühere Lehrpläne, die konsequente Überprüfung ihrer Erreichung macht ihre Interpretation offenbar und ihre Ernsthaftigkeit manifest. Das klingt simpel, birgt aber viele Fallstricke.

In der Überprüfung der Standards entscheidet sich, welche fachlichen Leistungsziele das Bildungssystem verfolgt (vgl. Bosen/von der Gathen 2004), und





$$\cdot \frac{1}{2}$$

Problemlösen

Zahlen und Operationen

Anwenden	<p>Fähigkeiten</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemstellung analysieren und verstehen, • in inner- und außermathematischen Situationen Fragen stellen (z.B. „Was passiert, wenn...?“), • Problemstellungen mit eigenen Worten und Fachbegriffen präzisieren, • Lösungswege planen und ihren Plan und Lösungsprozess schriftlich festhalten (z.B. in einem Forschungstagebuch²), • Problemlösestrategien auswählen und anwenden (z.B. Beispiele untersuchen, Darstellung wechseln, Hilfsgrößen bestimmen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten), • über Lösungswege und verwendete Strategien reflektieren und diese bewerten. 	<p>Fertigkeiten</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • mit Zirkel und Geodreieck konstruieren, • mit dynamischen Geometriesystemen³ geometrische Situationen erkunden, • elementare Berechnungen im Kopf, schriftlich und mit Taschenrechner ausführen, • Skizzen anfertigen, • Berechnungsformeln in einer Formelsammlung auffinden. <p>Einstellungen</p> <p>Schülerinnen und Schüler zeigen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bereitschaft unbekannte Situationen zu erkunden, • Durchhaltevermögen, um eine Vielzahl von Beispielen zu untersuchen. 	
	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Erfassen</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • ganze Zahlen, rationale Zahlen und negative Zahlen unterscheiden und Beispiele für ihre Verwendung angeben, • Zahlen und Größen vergleichen (auch in verschiedenen Darstellungen und mit verschiedenen Einheiten), • Quadratwurzeln an Zahlenbeispielen erfassen und mit Worten beschreiben, • Gesetzmäßigkeiten an Zahlenbeispielen erfassen und formulieren, 	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Darstellen</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • grafische und symbolische Darstellungen von Zahlen und Operationen verwenden (Zahlenstrahl, Rechteck- und Kreismodell von Brüchen, Prozentzahl, Dezimalzahl) und zwischen ihnen wechseln, • Rechenoperationen als Model einer realen Situation interpretieren, • Größen situationsgerecht mit geeigneten Einheiten darstellen und sie ineinander umrechnen, • Größen durch geeignete Referenzgrößen aus dem Alltag veranschaulichen, • sinnvolle Rundungswerte von Größen angeben und gerundete Angaben interpretieren, 	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Fertigkeiten</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • im Kopf zweistellige Zahlen addieren und subtrahieren, mit einstelligen Zahlen multiplizieren, • schriftlich Dezimalzahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und durch einstellige Divisoren dividieren, • mit dem Taschenrechner Grundrechenarten, Quadratwurzelziehen, quadrieren, Potenzen ausführen, • Quadratzahlen und einfache Potenzen erkennen (z.B. $64 = 8^2$, $4^3 = 2^6$), • mit einfachen Zehnerpotenzen multiplizieren und dividieren, • einfache Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren, • Teilbarkeitsregeln durch 2,3,4,5,9,10 anwenden. <p>Kenntnisse</p> <p>Schülerinnen und Schüler kennen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Potenzschreibweise (ganze, positive Exponenten), • Quadratzahlen bis 144, • die Näherung $2^{10} \approx 1000$, • im Alltag wesentliche Größen und Einheiten (Länge, Fläche, Volumen, Gewicht, Zeit, Geschwindigkeit), • im Alltag gebräuchliche Darstellungen von Anteilen (z.B. $\frac{1}{4}$, jeder zweite, 50%, drei zu eins, einer von fünf).
	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Fähigkeiten</p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rechengesetze zur Vereinfachung beim Kopf- und informellen schriftlichen Rechnen (mit einer Klammer Ebene) verwenden, • Überschlagsrechnungen zur Überprüfung der Plausibilität von Ergebnissen nutzen, • Zahlen und Größen verwenden, um Realsituationen zu modellieren und um mathematische Probleme zu lösen, • Prozentwerte, Prozentsätze und Grundwerte berechnen und damit reale Probleme lösen, • Quadratwurzeln finden als Umkehr des Quadrierens, • überprüfen, ob eine Zahl Primzahl ist. 		

Abb.2: Luxemburgische Standards für Mathematik

bei diesem Schritt sind wir weit weniger weit. Mancherorts sind die neuen Prüfungen nicht von den alten zu unterscheiden, allgemeine Kompetenzen kommen kaum vor. Das liegt natürlich daran, dass die Verantwortungsträger zaghaft davor zurückscheuen, mit neuen Anforderungen die Schulen, die Schüler und die Öffentlichkeit vor den Kopf zu stoßen – was dazu führen kann, dass jeglicher Impuls aus der Unterrichtsentwicklung genommen wird.

Im Fach Mathematik zeigt sich diese Tendenz vor allem in zweierlei Hinsicht: Inhaltlich möchte niemand auf bewährte Elemente und dazu passende Aufgabentypen verzichten (z. B. die rein kalkülmä-

ßige Lösung linearer Gleichungssysteme in den Baden-Württemberger Realschulen), und zwar aus Angst, das Niveau könne sinken. Formal fehlt zuweilen der Mut zu neuen Aufgabenformaten, in denen sich tatsächlich allgemeine Kompetenzen zeigen könnten.

Als Beispiel für eine positive Entwicklung seien die Baden-Württemberger Hauptschulprüfungen angeführt, in denen die Aufgaben sowohl Wert auf flexibles Grundwissen (1) als auch auf die Anwendung in authentischen Kontexten legen (2) (vgl. Abb. 4).

Solche Aufgaben regen eine intensive und kritische Diskussion im Land über die Kompetenzanforderungen an, etwa

auch über den Textverstehensanteil, den man von Hauptschülern erwarten darf und will. Erschwert wird eine solche Fachentwicklung durch Standardüberprüfungen allerdings, wenn solche Tests Teil von versetzungsrelevanten Prüfungen sind.

Als wichtigstes Ziel für die Kompetenzorientierung der Bildungspolitik im Fach Mathematik – und nicht nur in diesem Fach – muss wohl gelten, inwieweit die in den Standards beschriebenen Kompetenzanforderungen durch eine angemessene Weiterentwicklung der zentralen Prüfungs- und Testformate in die Praxis getragen werden.

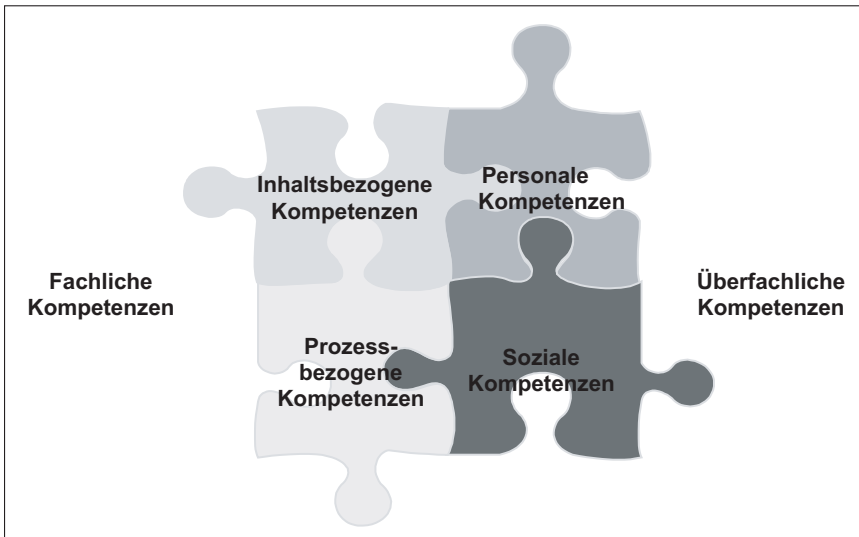


Abb.3: Kompetenzen des Mathematikunterrichts

(1) Setze das Komma beim Ergebnis an der richtigen Stelle und begründe deine Entscheidung.
 $98\,751,584 : 17,12 = 5\,768\,2$

(2) **Fitnessstraining**

a) Ein Mensch fühlt Durst, wenn er 0,5 % seines Gewichts in Form von Wasser verloren hat. Bei 2 % des Körpergewichts wird die Leistungsfähigkeit herabgesetzt.
 Eine Handballspielerin wiegt 68 kg. Nach wie viel Gramm Wasserverlust **fühlt sie Durst** und nach wie viel Gramm **muss** sie etwas trinken?

b)

<p>Ratgeber</p> <p>Zwei Stunden vor einer sportlichen Aktivität sollte man 300 – 500 ml trinken, um den Körper ausreichend mit Flüssigkeit zu versorgen.</p> <p>Kurz vor dem Training nochmals 130 – 300 ml.</p> <p>Während dem Training sollte man alle 20 Minuten 130 – 300 ml trinken.</p> <p>Nach der sportlichen Aktivität müssen nochmals 300 – 500 ml getrunken werden, um Flüssigkeit aufzufüllen.</p>	<p>Wie viel Flüssigkeit sollte ein Mensch mindestens nach einem zweistündigen Training zu sich genommen haben? Gib das Ergebnis in Liter an.</p> 
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Abb.4: Baden-Württembergische Hauptschulprüfung

Fazit

Insgesamt ist also festzustellen, dass sich der Mathematikunterricht vor gewissen reduktionistischen Tendenzen verwahren muss. Umgekehrt kann man aber die bisher vorherrschende Kalkülorientierung als eine ebensolche Reduktion auffassen und in einer – angemessen gestalteten – Steuerung über Standards eine Hoffnung für die Entwicklung des Mathematikunterrichts vor Ort erblicken.

Literatur

Bonsen, M./von der Gathen, J. (2004): Schulentwicklung und Testdaten – die innerschulische Verarbeitung von Leistungsrückmeldungen. In: Holtappels, H.G./Klemm, K./Pfeiffer, H./Rolff, H.-G./Schulz-Zander, R. (Hrsg.): Jahrbuch der Schulent-

wicklung Band 13, Weinheim, München: Juventa. S. 225–252.

Büchter, Andreas/Leuders, Timo (2005): Zentrale Tests und Unterrichtsentwicklung ... bei guten Aufgaben und gehaltvollen Rückmeldungen kein Widerspruch. In: Pädagogik, Jg. 57, H. 5, S. 14–18.

Klieme .E/Leutner D. (2006): Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Download unter <http://kompetenzmodelle.dipf.de/>.

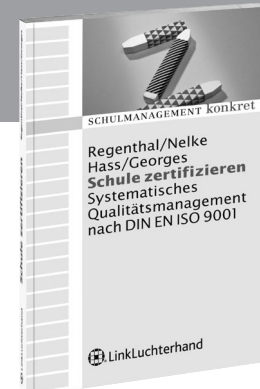
NCTM (2000): Principles and Standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Weinert, F. E. (2001): Vergleichende Leistungsmessung in Schulen. Eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: F. E. Weinert (Ed.), Leistungsmessungen in Schulen (p. 17–31). Weinheim und Basel: Beltz.

Winter, Heinrich (1975): Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), H. 3, S. 106–116.

Schule zertifizieren

NEU



Regenthal/Nelke/Hass/Georges
Schule zertifizieren
 Systematisches Qualitätsmanagement nach DIN ISO 9001,
 1. Auflage 2009, 136 Seiten, kartoniert
 € 20,-
 ISBN 978-3-472-07646-9

Schulen können sich wie Unternehmen zertifizieren lassen. Bislang tun sich jedoch viele schwer damit, ihre Leistung offen zu legen – obwohl der Trend eindeutig in Richtung eigenverantwortliche und selbstständige Schule geht. Wer sich frühzeitig auf den Weg begibt, verschafft sich aber nicht nur Wettbewerbsvorteile. Er sichert und steigert vor allem die Qualität seiner eigenen Schule, ob es dabei um interne Prozessabläufe, das Schulprogramm oder um das Kerngebiet – den Unterricht – geht.

Hier setzt dieses Buch an: Die Autoren präsentieren Konzepte und Strategien zum Qualitätsmanagement, die sich an die Industrienorm DIN EN ISO 9001 anlehnen. Allerdings geht es nicht darum, bewährte Verfahren von der Wirtschaft abzukopieren und dem „Unternehmen Schule“ aufzuzwängen. Vielmehr soll die Zertifizierung der Schule schulspezifisch bleiben und dem Gedanken einer ganzheitlichen Qualität verpflichtet sein, die an der pädagogischen Identität der Schule ansetzt.

SHOP www.wolterskluwer.de
 einfach online kaufen...

Zu beziehen über Ihre Buchhandlung oder direkt beim Verlag.

Carl Link
 eine Marke von Wolters Kluwer Deutschland

Wolters Kluwer Deutschland GmbH • Postfach 2352 • 56513 Neuwied
 Telefon 02631 801 2211 • Telefax 02631 801 2223
www.wolterskluwer.de • info@wolterskluwer.de